



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2021

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

Matamaitic Fheidhmeach

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosa d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.

Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéis fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuilleanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Treoirlínte Ginearálta

- 1 Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

Sciorrthaí - sciorrthaí uimhriúla S(-1)

Botúin - earráidí matamaiticiúla B(-3)

Miléamh - mura bhfuil sé tromchúiseach M(-1)

Botún tromchúiseach nó ábhar ar lár nó míléamh as a leanann róshimpliú:
- tabhair an marc i leith iarrachta, agus an marc sin amháin.

Tugtar marcanna i leith iarrachta mar a leanas: 5 (iarr 2).

- 2 Sa scéim mharcála, taispeántar réiteach ceart amháin ar gach ceist.
In a lán cásanna, tá modhanna eile ann atá chomh bailí céanna.

1. (a) Caitear liathróid síos go ceartingearach ó bharr foirgnimh ar airde dó h m. Gluaiseann an liathróid thar an leath uachtarach den bhfoirgneamh in 1.2 s agus glacann sé 0.8 s breise uirthi bun an fhoirgnimh a bhaint amach. Faigh

(i) luach h

(ii) luas na liathróide ag bun an fhoirgnimh.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ \frac{1}{2}h &= 1.2u + \frac{1}{2}g \times 1.44 \\ h &= 2.4u + 1.44g \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ h &= 2u + \frac{1}{2}g \times 4 \\ h &= 2u + 2g \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} 5h &= 12u + 70.56 \\ 6h &= 12u + 117.6 \\ h &= 47.04 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad h &= 2u + 2g \\ 47.04 &= 2u + 19.6 \\ u &= 13.72 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v &= u + at \\ v &= 13.72 + 9.8 \times 2 \\ v &= 33.32 \text{ m s}^{-1} \end{aligned} \quad (5) \quad (25)$$

1. (b) Gabhann carr C, ag taisteal le luasghéarú aonfhoirmeach f , thar phointe P ar luas u (> 0). Dhá shoicind ina dhiaidh sin gabhann carr D, atá ag gluaiseacht sa treo céanna faoi luasghéarú aonfhoirmeach $2f$, thar P ar luas $\frac{6}{5}u$. Gabhann C agus D thar phointe Q le chéile. Is iad 6.5 m s^{-1} agus 9 m s^{-1} luasanna C agus D ag Q faoi seach.

(i) Taispeáin go dtaistealaíonn C ó P go Q in $(\frac{3}{2f} + 5)$ soicind.

(ii) Faigh luach f .

(i) C
$$\begin{aligned} v &= u + at \\ 6.5 &= u + ft \end{aligned} \quad (5)$$

D
$$\begin{aligned} v &= u + at \\ 9 &= \frac{6}{5}u + 2f(t - 2) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} 9 &= \frac{6}{5}(6.5 - ft) + 2f(t - 2) \\ 45 &= 39 - 6ft + 10ft - 20f \\ 4ft &= 6 + 20f \end{aligned}$$

$$t = \frac{3}{2f} + 5 \quad (5)$$

(ii) C
$$\begin{aligned} 6.5^2 &= u^2 + 2fs \\ 84.5 &= 2u^2 + 4fs \end{aligned}$$

D
$$\begin{aligned} 9^2 &= (1.2u)^2 + 2(2f)s \\ 81 &= 1.44u^2 + 4fs \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} 3.5 &= 0.56u^2 \\ u &= 2.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6.5 &= u + ft = u + f\left\{\frac{3}{2f} + 5\right\} \\ 5 &= u + 5f \\ 5 &= 2.5 + 5f \end{aligned}$$

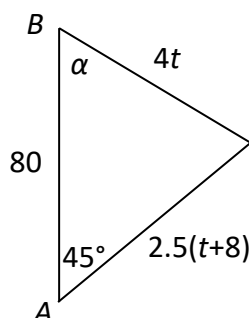
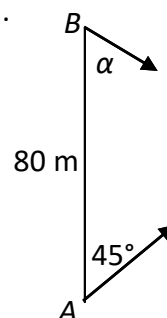
$$f = \frac{1}{2} \quad (5) \quad (25)$$

2. (a) Tá pointe B 80 m ó thuaidh ó phointe A ar pháirc chothrománach. Tá Alan ag pointe A ar an bpáirc agus tá Brian ag pointe B ar an bpáirc. Tosaíonn Alan ag rith ina líne dhíreach sa treo ó thuaidh 45° soir ar luas tairiseach 2.5 m s^{-1} .

Feiceann Brian Alan agus é ag tosú ag rith, fanann sé ar feadh 8 soicind, agus ansin ritheann sé ó B chun Alan a idircheapadh. Ritheann Brian i líne dhíreach sa treo ó dheas α° soir ar luas tairiseach 4 m s^{-1} agus idircheapann sé Alan tar éis t soicind.

Faigh

- (i) luach t
(ii) luach α .



$$(ii) \quad (4t)^2 = 80^2 + \{2.5(t+8)\}^2 - 2 \times 80 \times 2.5(t+8) \cos 45 \quad (5)$$

$$9.75t^2 + 182.84t - 4537.26 = 0$$

$$t = 14.15 \text{ s} \quad (5)$$

$$(ii) \quad \frac{\sin \alpha}{2.5(t+8)} = \frac{\sin 45}{4t} \quad (5)$$

$$\frac{\sin \alpha}{2.5(14.15+8)} = \frac{\sin 45}{4 \times 14.15}$$

$$\sin \alpha = \frac{55.375 \times \sin 45}{56.6} = 0.6918$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0.6918) = 43.77^\circ \quad (5) \quad (20)$$

- (b) Tá trí aerárthach, P, Q agus R, ag eitilt ag an airde chéanna.
Tá P ag taisteal ó thuaidh ag 450 km h^{-1} . Tá Q ag taisteal ag $400\sqrt{2} \text{ km h}^{-1}$ i dtreo soir 45° ó thuaidh.
Dealraíonn sé do phíolóta P go bhfuil R ag eitilt i dtreo soir 10° ó dheas.
Dealraíonn sé do phíolóta Q go bhfuil R ag eitilt i dtreo soir 15.67° ó dheas.
Faigh méid agus treo an treoluais atá ag R.

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_P &= 0 \vec{i} + 450 \vec{j} \\ \vec{V}_R &= x \vec{i} + y \vec{j} \\ \vec{V}_{RP} &= x \vec{i} + (y - 450) \vec{j} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_Q &= 400 \vec{i} + 400 \vec{j} \\ \vec{V}_R &= x \vec{i} + y \vec{j} \\ \vec{V}_{RQ} &= (x - 400) \vec{i} + (y - 400) \vec{j} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\tan 10 = \frac{-(y-450)}{x}$$

$$0.1763x + y = 450$$

$$\tan 15.67 = \frac{-(y-400)}{x-400}$$

$$0.2805x + y = 512.2$$

$$0.1042x = 62.2$$

$$x = 596.93 \quad \Rightarrow \quad y = 344.76 \quad (5)$$

$$\vec{V}_R = 596.93 \vec{i} + 344.76 \vec{j}$$

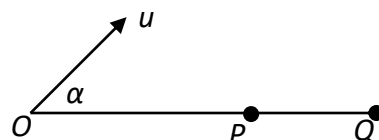
$$|\vec{V}_R| = \sqrt{596.93^2 + 344.76^2} = 689.3 \text{ km h}^{-1}$$

$$\tan^{-1} \left(\frac{344.76}{596.93} \right) = \text{soir } 30.0^\circ \text{ ó thuaidh} \quad (5) \quad (30)$$

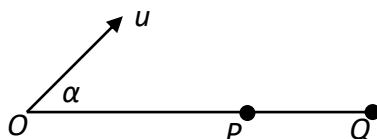
3. (a) Teilgtear cáithnín ó phointe O ar luas u m s⁻¹ ar uillinn α leis an gcothromán.

- (i) Taispeáin gurb é raon an cháithnín ná $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$,
agus gurb é an t-uasraon $|OQ|$ ná $\frac{u^2}{g}$.

Má mhéadaítear uillinn an teilgthe go dtí 60°
buaileann an cáithnín an plána cothrománach ag P .



- (ii) Faigh an fad $|PQ|$ i dtéarmaí u .



$$(i) \quad r_j = 0 \quad (5)$$

$$u \sin \alpha \times t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{2u \sin \alpha}{g} \quad (5)$$

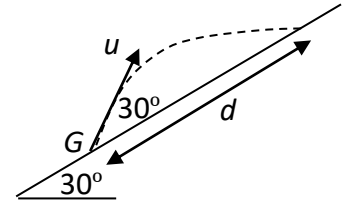
$$\begin{aligned} \text{Raon} &= u \cos \alpha \times t \\ &= u \cos \alpha \times \frac{2u \sin \alpha}{g} \\ &= \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \end{aligned} \quad (5)$$

$$|OQ| = \frac{u^2 \times 1}{g} = \frac{u^2}{g} \quad (5)$$

$$(ii) \quad |OP| = \frac{u^2 \times \sin 120}{g} = \frac{u^2 \sqrt{3}}{2g}$$

$$\begin{aligned} |PQ| &= \frac{u^2}{g} - \frac{u^2 \sqrt{3}}{2g} \\ &= \frac{0.134u^2}{g} \text{ nó } 0.014u^2 \text{ nó } \frac{(2-\sqrt{3})u^2}{2g} \end{aligned} \quad (5) \quad (25)$$

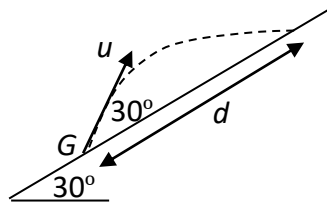
- (b) Tá plána claonta ar uillinn 30° leis an gcothromán. Teigtear cáithnín ó phointe G suas an plána ar luas tosaigh $u \text{ m s}^{-1}$ ar uillinn 30° leis an bplána claonta. Is é d an raon feadh an phlána chlaonta. Tá plána an teilgthe ceartingearach agus cuimsíonn sé an líne is mó fána.



- (i) Faigh d i dtéarmaí u .

Nuair a bhuaileann an cáithnín an plána claonta, preabann sé in airde go hingearach. Is é comhéifeacht an chúitimh idir an cáithnín agus an plána claonta ná e .

- (ii) Faigh luach e .



(i) $r_j = 0$ (5)

$$u \sin 30 \times t - \frac{1}{2} g \cos 30 \times t^2 = 0$$

$$t = \frac{2u}{g\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$d = u \cos 30 \times t - \frac{1}{2} g \sin 30 \times t^2$$

$$= u \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2u}{g\sqrt{3}} - \frac{1}{2} g \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{2u}{g\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \frac{u^2}{g} - \frac{u^2}{3g}$$

$$= \frac{2u^2}{3g} \quad \text{nó} \quad \frac{10u^2}{147} \quad (5)$$

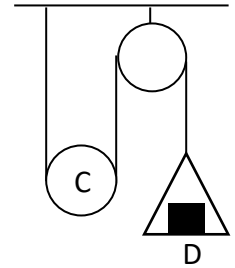
(ii)
$$\left. \begin{aligned} v_i &= u \cos 30 - g \sin 30 \times \frac{2u}{g\sqrt{3}} = \frac{u\sqrt{3}}{6} \\ v_j &= u \sin 30 - g \cos 30 \times \frac{2u}{g\sqrt{3}} = -\frac{u}{2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

treoluas athphreabadh $= \frac{u\sqrt{3}}{6} \vec{i} + \frac{eu}{2} \vec{j}$

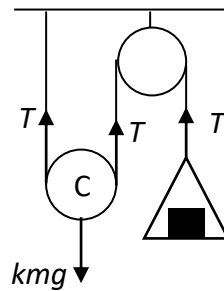
$$\tan 60 = \frac{eu}{2} \div \frac{u\sqrt{3}}{6} = e\sqrt{3}$$

$$e = 1 \quad (5) \quad (25)$$

4. (a) Taispeánann an léaráid téad éadrom dhoshínte, a bhfuil foirceann amháin di fosaithe, ag gabháil faoi ulóg mhín shoghluaiste C, ar mais di km kg agus ansin thar ulóg mhín fhosaithe. Tá foirceann eile na téide ceangailte de phanna scála éadrom. Cuirtear bloc D, ar mais dó m kg, go siméadrach ar lár an phanna scála. Ligtear an córas saor ó fhos. Gluaiseann an panna scála in airde.



- (i) Taispeáin go bhfuil $k > 2$.
(ii) Faigh, i dtéarmaí k agus m , an teannas sa téad.
(iii) Faigh, i dtéarmaí k agus m , an frithghníomhú idir D agus an panna scála.



(i) $km g - 2T = kma$ (5)

$T - mg = m \times 2a$ (5)

$a = \left(\frac{k-2}{k+4}\right)g$

$a > 0 \Rightarrow k > 2$ (5)

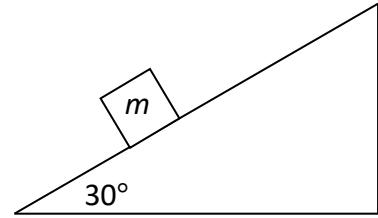
(ii) $T = mg + 2m \left(\frac{k-2}{k+4}\right)g$

$T = \left(\frac{3k}{k+4}\right)mg$ (5)

(iii) $R - mg = m \times 2a$

$R = \left(\frac{3k}{k+4}\right)mg$ (5) (25)

- (b) Tá ding mhín, ar mais di $4m$ agus ar fána di 30° ar fos ar dhromchla mín cothrománach. Cuirtear cáithnín, ar mais dó m , ar éadan mín claonta na dinge agus ligtear saor ó fhos é. Cuirtear fórsa cothrománach F ag gníomhú ar an ding chun í a chosc ó ghluaiseacht.

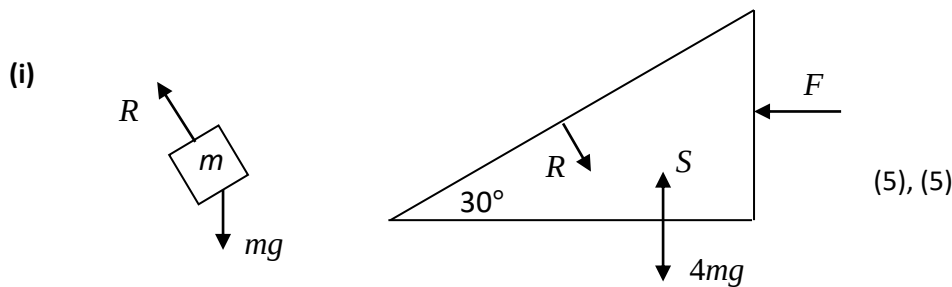


- (i) Taispeáin, ar léaráidí ar leith, na fórsaí atá ag gníomhú ar an ding agus ar an gcáithnín.

- (ii) Faigh F i dtéarmaí m .

Má bhaintear an fórsa F , gluaiseann an cáithnín le luasghéarú p i gcoibhneas leis an ding agus gluaiseann an ding le luasghéarú q .

- (iii) Faigh luach p agus luach q .



- (ii)

$$R = mg \cos 30$$

$$F = R \sin 30$$

$$F = mg \cos 30 \times \sin 30$$

$$F = \frac{\sqrt{3}}{4} mg \quad (5)$$

- (iii)

$$mg \cos 30 - R = mq \sin 30$$

$$R \sin 30 = 4mq$$

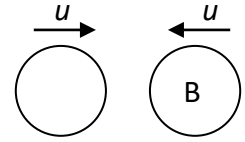
$$\frac{\sqrt{3}}{2} mg - 8mq = \frac{1}{2} mq$$

$$q = \frac{\sqrt{3}}{17} g \quad (5)$$

$$mg \sin 30 = m(p - q \cos 30)$$

$$p = \frac{10}{17} g \quad (5) \quad (25)$$

5. (a) Imbhuaileann sféar mín A, ar mais dó $4m$, atá ag gluaiseacht ar luas u ar bhord mín cothrománach go díreach le sféar mín B, ar mais dó m , atá ag gluaiseacht sa treo urchomhaireach ar luas u .

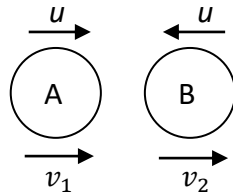


Is é comhéifeacht an chúitimh idir A agus B ná e .

- (i) Faigh luas gach sféir, i dtéarmaí u agus e , tar éis an imbhualte.

Is é méid na ríge ar B de bharr an imbhualte ná T .

- (ii) Taispeáin go bhfuil $\frac{8mu}{5} \leq T \leq \frac{16mu}{5}$.



(i) PCM $4m(u) + m(-u) = 4mv_1 + mv_2$ (5)

NEL $v_1 - v_2 = -e(u + u)$ (5)

$$4v_1 + v_2 = 3u$$

$$v_1 - v_2 = -2eu$$

$$v_1 = \frac{u(3-2e)}{5} \quad v_2 = \frac{u(3+8e)}{5} \quad (5), (5)$$

(ii) $T = mv_2 - m(-u)$

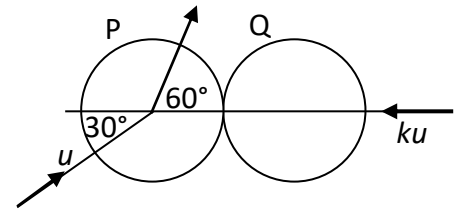
$$T = m \frac{u(3+8e)}{5} - m(-u)$$

$$T = 8mu \frac{(1+e)}{5}$$

$$0 \leq e \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{8}{5}mu \leq T \leq \frac{16}{5}mu \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Tá mais $2m$ agus luas u ag sféar mín P. Imbhuaileann sé go sceabhach le sféar mín Q, ar mais dó m , atá ag gluaiseacht ar luas ku , mar a thaispeántar sa léaráid. Roimh an imbhualadh, déanann treo P uillinn 30° le líne na lárphointí. Tar éis an imbhuaile, déanann treo P uillinn 60° le líne na lárphointí.



Is é comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná e .

(i) Taispeáin go bhfuil $k = \frac{\sqrt{3}(1-e)}{2(1+e)}$.

(ii) Faigh luas Q díreach tar éis an imbhuaile.

P	$2m$	$\frac{u\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{u}{2} \vec{j}$	$v_1 \vec{i} + \frac{u}{2} \vec{j}$
Q	m	$-ku \vec{i} + 0 \vec{j}$	$v_2 \vec{i} + 0 \vec{j}$

(i) PCM $2m\left(\frac{u\sqrt{3}}{2}\right) + m(-ku) = 2mv_1 + mv_2$ (5)

NEL $v_1 - v_2 = -e\left(\frac{u\sqrt{3}}{2} + ku\right)$ (5)

$$2v_1 + v_2 = u\sqrt{3} - ku$$

$$v_1 - v_2 = -e\left(\frac{u\sqrt{3}}{2}\right) - keu$$

$$6v_1 = 2u\sqrt{3} - 2ku - eu\sqrt{3} - 2keu$$
 (5)

$$\tan 60 = \frac{\frac{u}{2}}{v_1}$$

$$v_1 = \frac{u}{2\sqrt{3}} \Rightarrow 6v_1 = u\sqrt{3}$$

$$2u\sqrt{3} - 2ku - eu\sqrt{3} - 2keu = u\sqrt{3}$$

$$k = \frac{\sqrt{3}(1-e)}{2(1+e)}$$
 (5)

(ii) $3v_2 = u\sqrt{3} - ku + eu\sqrt{3} + 2keu$

$$3v_2 = u\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}(1-e)}{2(1+e)}u + eu\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}(1-e)}{(1+e)}eu$$

$$3v_2 = u \frac{(\sqrt{3}+7e\sqrt{3})}{2(1+e)}$$

$$v_2 = \frac{u\sqrt{3}(1+7e)}{6(1+e)}$$
 (5) (25)

6. (a) Tá cáithnín D, ar mais dó m , ar crochadh ó phointe seasta le téad éadrom leaisteach, ar fad nádúrtha di ℓ agus ar tairiseach leaisteach di $\frac{3mg}{\ell}$.
Ar dtús fanann D i gcothromaíocht agus an téad ceartingearach.
Ansin tarraingítear an cáithnín anuas fad ceartingearach $\frac{2}{3}\ell$ laistíos dá shuíomh cothromaíochta agus ligtear saor ó fhos é.
- (i) Taispeáin go ngluaiseann D le gluaisne armónach shimplí.
- (ii) I dtéarmaí ℓ , faigh an airde a éiríonn D lastuas dá shuíomh cothromaíochta.

$$(i) \quad T_0 = mg \quad (5)$$

$$ke = mg$$

$$\frac{3mg}{\ell} e = mg$$

$$e = \frac{1}{3}\ell \quad (5)$$

$$ma = mg - T$$

$$ma = mg - \frac{3mg}{\ell}(e + x)$$

$$a = -\frac{3g}{\ell}x \quad (5)$$

$$(ii) \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$$

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \sqrt{\left(\frac{2}{3}\ell\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\ell\right)^2} = \sqrt{g\ell} \quad (5)$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$0 = g\ell - 2gs \Rightarrow s = \frac{1}{2}\ell$$

$$\text{airde} = \frac{1}{3}\ell + \frac{1}{2}\ell = \frac{5}{6}\ell \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Tá sleamhnán mín EFG i bhfoirm dhá stua, EF agus FG , a bhfuil ga r acu araon. Tá O , lárphointe stua FG , go hingearach laistíos de F mar a thaispeántar sa léaráid.

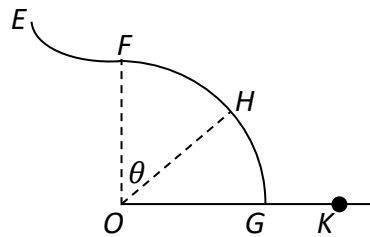
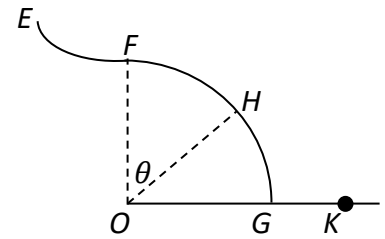
Tá pointe E ag airde $\frac{r}{5}$ lastuas de pointe F .

Tosaíonn páiste ó fhos ag E , gabhann sé feadh an tsleamhnáin thar an bpointe F agus cailleann sé teagmháil leis an sleamhnán ag pointe H . Déanann OH uillinn θ leis an gceartingear.

- (i) Faigh luach θ .

Tuirlingíonn an páiste i gclais ghainimh ag pointe K .

- (ii) Faigh, i dtéarmaí r , luas an pháiste ag K .



$$(i) \quad H \quad \frac{1}{2}mv^2 = mg \left\{ \frac{1}{5}r + (r - r \cos \theta) \right\} \quad (5)$$

$$v^2 = 2gr \left\{ \frac{1}{5} + (1 - \cos \theta) \right\}$$

$$v^2 = 2gr \left\{ \frac{6}{5} - \cos \theta \right\}$$

$$H \quad mg \cos \theta - R = \frac{mv^2}{r} \quad (5)$$

$$mg \cos \theta - 0 = 2mg \left\{ \frac{6}{5} - \cos \theta \right\} \quad (5)$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5}$$

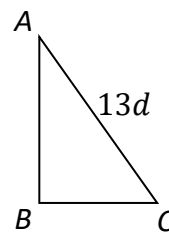
$$\Rightarrow \quad \theta = 36.87^\circ \quad (5)$$

$$(ii) \quad K \quad \frac{1}{2}mv_1^2 = mg \left(r + \frac{1}{5}r \right)$$

$$v_1^2 = \frac{12}{5}gr$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{12}{5}gr} \quad \text{nó} \quad \frac{14\sqrt{3}r}{5} \quad \text{nó} \quad 4.85\sqrt{r} \quad (5) \quad (25)$$

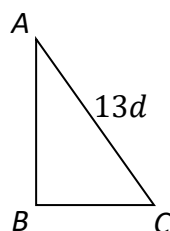
7. (a) Lúbtar slat thanaí aonfhoirmeach, ar fad di $30d$ agus ar mais di m , chun fráma a dhéanamh. Tá an fráma i gcruth thriantán dronuilleach ABC , mar a thaispeántar sa léaráid. $|CA| = 13d$ agus $|AB| > |BC|$.



- (i) Faigh $|BC|$ i dtéarmaí d .
(ii) Faigh fad mheáchanlár an fhráma ó AB .

Tá an fráma ar crochadh go saor ó A . Cuirtear fórsa cothrománach, ar méid dó kmg , nuair is tairiseach é k , i bhfeidhm ar an bhfráma ag B . Luíonn líne ghníomhaíochta an fhórsa sa phlána ceartingearach ina bhfuil an fráma. Tá an fráma ar crochadh i gcothromaíocht le AB ceartingearach.

- (iii) Faigh luach k .



(i) $|BC| = x \Rightarrow |AB| = 17d - x$

$$x^2 + (17d - x)^2 = (13d)^2$$

$$|BC| = x = 5d \quad (5)$$

(ii) $\cup AB$

$$m_{AC} \times \frac{5}{2}d + m_{BC} \times \frac{5}{2}d = m \times y \quad (5)$$

$$\frac{5}{30}m \times \frac{5}{2}d + \frac{13}{30}m \times \frac{5}{2}d = m \times y$$

$$y = \frac{3}{2}d \quad (5)$$

(iii) $\cup A$

$$kmg \times 12d = mg \times \frac{3}{2}d \quad (5)$$

$$k = \frac{1}{8} \quad (5) \quad (25)$$

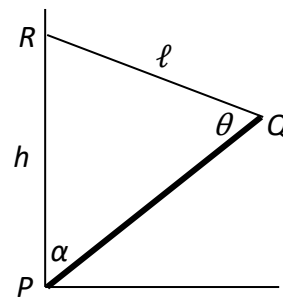
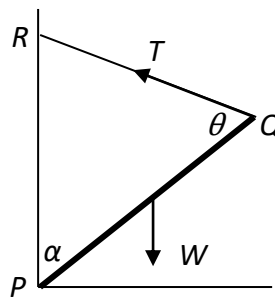
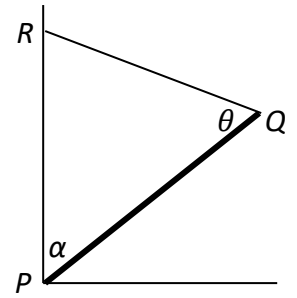
- (b) Tá slat aonfhoirmeach PQ , ar meáchan dó W , ar fos in aghaidh an phointe ag a dteagmhaíonn an talamh cothrománach le balla ceartingearach. Tugann téad, ar fad di ℓ , atá ceangailte de Q agus de phointe R atá ceartingearach luastuas de P ar an mballa, tacaíocht di.

Déanann an tslat uillinn α leis an mballa agus déanann an téad uillinn θ leis an tslat, mar a thaispeántar sa léaráid.

$$|PR| = h.$$

- (i) Faigh T , an teannas sa téad, i dtéarmaí W , ℓ agus h .

- (ii) Má tá $T = \frac{1}{3}W$, faigh ℓ i dtéarmaí h .



- (i) $PQ \quad \cup \quad P$

$$T \sin \theta \times |PQ| = W \times \frac{1}{2} |PQ| \sin \alpha \quad (5), (5)$$

$$\frac{2T}{W} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\ell} = \frac{\sin \theta}{h} \quad (5)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \theta} = \frac{\ell}{h}$$

$$T = \frac{W\ell}{2h} \quad (5)$$

- (ii) $T = \frac{W\ell}{2h}$

$$\frac{W}{3} = \frac{W\ell}{2h}$$

$$\ell = \frac{2}{3}h \quad (5) \quad (25)$$

8. (a) Cruthaigh gurb é $\frac{1}{3}m\ell^2$ móimint na táimhe ag slat aonfhoirmeach, ar mais di m agus ar fad di 2ℓ , timpeall ar ais trína lárphointe, ceartingearach lena plána.

$$\text{mais na heiliminte} = M\{dx\}$$

$$\text{móimint táimhe na heiliminte} = M\{dx\} x^2 \quad (5)$$

$$\text{móimint táimhe na slat} = M \int_{-l}^l x^2 dx \quad (5)$$

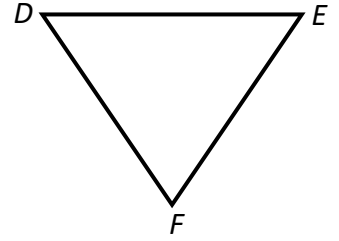
$$= M \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-l}^l \quad (5)$$

$$= \frac{2}{3} M l^3$$

$$= \frac{1}{3} m l^2 \quad (5) \quad (20)$$

- (b) Déanann trí shlat chothroma aonfhoirmeacha, ar mais dóibh araon m agus ar fad dóibh araon 2ℓ , na sleasa de fhráma triantánach comhshleasach docht DEF .

Tá an fráma saor le rothlú i bplána ceartingearach timpeall ar ais mhín chothrománach fhosaithe a ghabhann trí D agus atá ingearach le plána an fhráma.



- (i) Taispeáin gurb é $6m\ell^2$ móimint táimhe an fhráma timpeall ar an ais.

Coinnítear an fráma le DE cothrománach agus F laistíos de DE . Ligtear saor ó fhos ansin é.

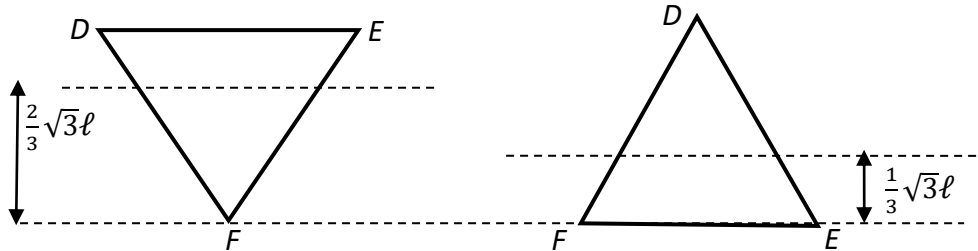
- (ii) Faigh, i dtéarmaí ℓ , luas uilleach an fhráma nuair a bhíonn FE cothrománach don chéad uair.

- (iii) Más é 1.87 s peiriad na n-ascluithe beaga don fhráma, faigh luach ℓ .

$$(i) \quad I = \frac{4}{3}m\ell^2 + \frac{4}{3}m\ell^2 + \left\{ \frac{1}{3}m\ell^2 + m(2\ell \cos 30)^2 \right\} \quad (5)$$

$$I = 6m\ell^2 \quad (5)$$

(ii)



$$Mgh_1 = \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgh_2$$

$$3m \times g \times \frac{2}{3}\sqrt{3}\ell = \frac{1}{2}(6m\ell^2)\omega^2 + 3m \times g \times \frac{1}{3}\sqrt{3}\ell \quad (5), (5)$$

$$\sqrt{3}mg\ell = 3m\ell^2\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{3\ell}} \quad (5)$$

$$(iii) \quad Mgh = mg \times \frac{1}{2}\sqrt{3}\ell + mg \times \frac{1}{2}\sqrt{3}\ell + mg \times \sqrt{3}\ell$$

$$T = 1.87 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgh}} = 2\pi \sqrt{\frac{6m\ell^2}{2mg\sqrt{3}\ell}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{3}\ell}{g}}$$

$$\ell = 0.50 \text{ m.} \quad (5) \quad (30)$$

9. (a) Tá leacht A, ar dlús coibhneasta dó 0.8, ina luí os cionn leacht B, ar dlús coibhneasta dó 1.4 agus gan iad ag meascadh. Tá réad soladach, ar dlús coibhneasta dó 1.2, ar snámh le cuid dá thoirt i leacht A agus an chuid eile i leacht B.



Faigh an codán de thoirt an réada atá tumtha i leacht B.

$$B_A = 800 \times (1 - k)V \times g \quad (5)$$

$$B_B = 1400 \times kV \times g \quad (5)$$

$$W = B_A + B_B \quad (5)$$

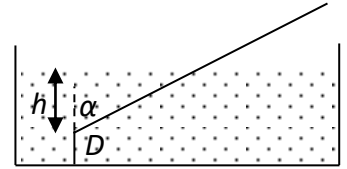
$$1200Vg = 800(1 - k)Vg + 1400kVg$$

$$k = \frac{2}{3} \quad (5) \quad (20)$$

- (b) Tá slat aonfhoirmeach, ar fad di ℓ , ceangailte le téad neamhleasteach ag a foirceann íochtarach D de bhun umair. Tá D ag doimhneacht h faoi dhromchla leachta. Is é s dlús coibhneasta na slaite.

Is é ρ dlús coibhneasta an leachta.

Tá an tslat i gcothromaíocht, agus í claonta ar uillinn α leis an gceartingear mar a thaispeántar sa léaráid.

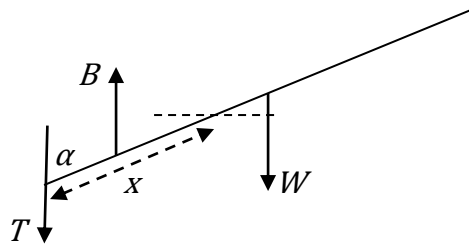


- (i) Taispeán gurb é $\ell \sqrt{\frac{s}{\rho}}$ fad na coda tumtha den tslat.

Má tá $4\rho h^2 = s\ell^2$ faigh

- (ii) luach α

- (iii) s i dtéarmaí ρ , más é $\frac{1}{2}W$ méid an teannas sa téad.



$$(i) \quad B = \frac{\frac{x}{\ell} W \rho}{s} = \frac{x W \rho}{s \ell} \quad (5)$$

$$B \left\{ \frac{1}{2} x \right\} \sin \alpha = W \frac{1}{2} \ell \sin \alpha \quad (5)$$

$$\frac{x W \rho}{s \ell} \left\{ \frac{1}{2} x \right\} = W \frac{1}{2} \ell$$

$$x^2 \rho = s \ell^2$$

$$x = \ell \sqrt{\frac{s}{\rho}} \quad (5)$$

$$(ii) \quad h = x \cos \alpha \quad (5)$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{h^2}{x^2}} = \sqrt{\frac{h^2 \rho}{\ell^2 s}} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ \quad (5)$$

$$(iii) \quad \begin{aligned} h &= x \cos 60 = \frac{1}{2} x \\ B &= \frac{x W \rho}{s \ell} = \frac{2 h W \rho \ell}{4 h^2 \rho} = \frac{\ell}{2 h} W \\ B &= T + W = \frac{3}{2} W \\ \frac{\ell}{2 h} W &= \frac{3}{2} W \Rightarrow \ell = 3 h = \frac{3}{2} x \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{\rho}{s}} = \frac{\ell}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow s = \frac{4}{9} \rho \quad (5) \quad (30)$$

10. (a) Tosaíonn carr, ar mais dó 1200 kg, ó fhos agus gluaiseann sé feadh bóthar díreach cothrománach. Cuireann inneall an chairr cumhacht tairiseach 3000 W i bhfeidhm.

Mura mbíonn aon fhriotaíocht in aghaidh ghluaisne an chairr ann, faigh

(i) luas an chairr tar éis 3 nóiméad

(ii) meánluas an chairr i rith an ama seo.

$$(i) \quad F = \frac{P}{v} = \frac{3000}{v} \quad (5)$$

$$1200 \times \frac{dv}{dt} = \frac{3000}{v}$$

$$\int v \, dv = \frac{5}{2} \int dt \quad (5)$$

$$\left[\frac{1}{2} v^2 \right]_0^v = \frac{5}{2} [t]_0^{180} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} v^2 = 450$$

$$v = 30 \, \text{m s}^{-1} \quad (5)$$

$$(ii) \quad 1200 \times v \frac{dv}{ds} = \frac{3000}{v}$$

$$\int v^2 \, dv = \frac{5}{2} \int ds$$

$$\left[\frac{1}{3} v^3 \right]_0^{30} = \frac{5}{2} [s]_0^s$$

$$s = 3600$$

$$\text{meánluas} = \frac{3600}{180} = 20 \, \text{m s}^{-1} \quad (5) \quad (25)$$

- (b) Fásann P , líon phobal na bhfeithidí i réigiún ar leith, ag ráta atá i gcóimheas leis an líon reatha.

$$\frac{dP}{dt} = kP$$

áit ar tairiseach deimhneach é k . Mura mbíonn aon toisc sheachtrach ann, méadóidh líon an phobail faoi thrí in imeacht 15 lá.

- (i) Faigh luach k .

Tosaíonn eolaí ag tógáil 10 bhfeithid amach as an bpobal gach lá.

- (ii) Má bhíonn 120 feithid sa réigiún i dtosach báire, ní mhairfidh an pobal. Rachaidh an pobal in éag tar éis cé mhéad lá?

(i)
$$\frac{dP}{dt} = kP$$

$$\int \frac{dP}{P} = k \int dt \quad (5)$$

$$[\ln P]_P^{3P} = k[t]_0^{15} \quad (5)$$

$$\ln 3P - \ln P = 15k$$

$$k = \frac{\ln 3}{15} = 0.07324 \quad (5)$$

(ii)
$$\frac{dP}{dt} = \frac{\ln 3}{15}P - 10$$

$$\int \frac{dP}{\frac{\ln 3}{15}P - 10} = \int dt$$

$$\frac{15}{\ln 3} \left[\ln \left| \frac{\ln 3}{15}P - 10 \right| \right]_{120}^0 = [t]_0^t \quad (5)$$

$$t = \frac{15}{\ln 3} (\ln 10 - \ln 1.2111)$$

$$t = 28.8 \text{ lá} \quad (5) \quad (25)$$

